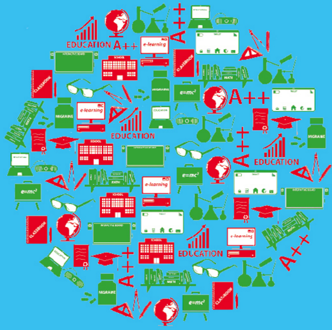
给力数学
GEILI MATHEMATICS



吴法源 赵 军 / 主编

高中数学
必考公式定律
高效速记

高中阶段最实用的口袋工具书！

華東理工大學出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

给力数学
GEILI MATHEMATICS

吴法源 赵 军 / 主编

高中数学 必考公式定律 高效速记

華東理工大學出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS
· 上海 ·

给力数学

高中数学必考公式定律高效速记

主编 吴法源 赵 军

華東理工大學出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS
·上海·

图书在版编目(CIP)数据

高中数学必考公式定律高效速记/吴法源,赵军主编.
—上海:华东理工大学出版社,2015.5
(给力数学)
ISBN 978-7-5628-4108-1

Ⅰ.①高… Ⅱ.①吴… ②赵… Ⅲ.①数学公式—高中—教学参考资料 ②数学—定律—高中—教学参考资料 Ⅳ.①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 058612 号

给力数学

高中数学必考公式定律高效速记

主　　编 / 吴法源　赵　军
策划编辑 / 庄晓明
责任编辑 / 刘　婧
责任校对 / 成　俊
封面设计 / 裘幼华
出版发行 / 华东理工大学出版社有限公司
地　址:上海市梅陇路 130 号,200237
电　话:(021)64250306(营销部)
(021)64252718(编辑室)
传　真:(021)64252707
网　址:press.ecust.edu.cn
印　　刷 / 上海崇明裕安印刷厂
开　　本 / 710 mm×1000 mm　1/32
印　　张 / 9.875
字　　数 / 264 千字
版　　次 / 2015 年 5 月第 1 版
印　　次 / 2015 年 5 月第 1 次
书　　号 / ISBN 978-7-5628-4108-1
定　　价 / 19.80 元

联系我们:电子邮箱 press@ecust.edu.cn
官方微博 e.weibo.com/ecustpress
天猫旗舰店 http://hdlgdxcbs.tmall.com

華東理工大學出版社
客户端扫码进入天猫旗舰店

PREFACE

前言

“工欲善其事，必先利其器。”一本好的工具书是迈向成功的关键。我们特邀教学一线的特高级教师和长期从事思维方法研究并取得一些成果的专家，依据新《课程标准》和最新的《考试说明》，精心策划并编写了这套“必考公式定律高效速记”系列学考工具书。本套丛书力求使广大中学生对知识的理解更深刻、记忆更快、掌握更牢固全面，本套丛书还针对不同的知识点提供了多种思维方法，以帮助学生迅速提高学习成绩。

本套丛书全面罗列了中学阶段必考知识点所涉及的公式定律，章节编排基本依循中学课本知识脉络，由浅入深，循序渐进。每一章包括知识网络和知识要点梳理两大模块。知识网络模块中，以结构图的形式，清晰地揭示了每一章的知识脉络，让学生在学习前对本章知识有一个清晰的认识，胸有成竹。知识要点梳理模块中，以必考知识点为线索，条理清晰地梳理出主要公式定律，言简意赅地诠释了每一知识点的内涵和掌握技巧，并列举少量典型例题帮助学生练习巩固，胜券在握。本套丛书有以下四个特点：

1. 对比学习

准确辨别理解对象，抓住知识点的特征进行对比学习，以帮助学生更深刻地理解知识点。

2. 以图释文，图文结合

利用图形形象地表述知识的内涵，将图形和文字相结合，形象地展现知识点之间的内在联系。

3. 典型例题诠释重难点

对于学习过程中的重难点，通过典型例题来诠释，讲练结合的效果胜过单纯的概念讲解。

4. 推理学习

用逻辑推理的方法进行推理、归纳、总结，寻找最快速有效的记忆规律。

笔者衷心期待本套丛书能成为方便学生及时查阅公式定律的经典手册和一套集理论知识、实际应用于一体的全能宝典，以帮助学生在相关知识的学习中抓住关键，掌握要领，提高学习效率，轻松备考应试。 在编写过程中，编者虽反复推敲，但难免有不足之处，欢迎广大读者提出宝贵的建议。

CONTENTS

目录

第1章

集合与函数

知识网络

- **集合与函数**
  - **集合**
    - 集合的含义
    - 集合的表示
      - 列举法
      - 描述法
      - 韦恩图
    - 集合的基本关系
      - 包含关系
      - 相等关系
    - 集合的运算
      - 交集
      - 并集
      - 补集
  - **函数**
    - 函数的概念 → 定义域、对应关系、值域
    - 函数的表示方法 → 解析法、图像法、列表法
    - 函数的基本性质 → 单调性、奇偶性
  - **映射**
    - 映射的概念

知识要点梳理

一 集合的含义与表示

1. 集合的含义

一般地,我们把研究对象统称为元素,把一些元素组成的总体叫作集合.

自然数集用 $\mathbf{N}$ 表示,正整数集用 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}^+$ 表示,整数集用 $\mathbf{Z}$ 表示,有理数集用 $\mathbf{Q}$ 表示,实数集用 $\mathbf{R}$ 表示.

2. 元素与集合的关系

集合中的元素通常用小写拉丁字母表示,如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于集合 A,记作 $a\in A$;如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于集合 A,记作 $a\notin A$.

3. 集合的表示方法

常用的集合表示方法有列举法和特征性质描述法两种.

根据元素个数,集合可分为两类:

(1)有限集:含有有限个元素;

(2)无限集:含有无限个元素.

特别提醒

(1)用集合的语言去描述数学问题时,要注意养成自觉使用符号的意识和能力.如在集合表示方式的选择、集合符号语言的使用中运用集合的观点分析、处理实际问题.

(2)注意集合表示的列举法与描述法在形式上的区别.列举法一般适合于有限集,而描述法一般适合于无限集.

例 1.1 已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\{x\mid 0<x<9,x\in\mathbf{R}\}$ 和 $B=\{x\mid -4<$

$x<4,x\in\mathbf{Z}\}$关系的韦恩图如图 1－1 所示，则阴影部分所示集合中的元素共有(　　).

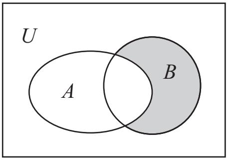


图 1－1

A. 3 个　　B. 4 个　　C. 5 个　　D. 无穷多个

解析 由韦恩图可知，阴影部分可表示为 $\complement_U A\cap B$. 由于 $\complement_U A=\{x\,|\,x\leqslant 0$ 或 $x\geqslant 9\}$，于是 $\complement_U A\cap B=\{x\,|\,-4<x\leqslant 0,x\in\mathbf{Z}\}=\{-3,-2,-1,0\}$，共有 4 个元素．故选 B.

答案 B

二　集合的基本关系

1. 子集与真子集

(1)对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，我们就说集合 A 包含于集合 B，或集合 B 包含集合 A，记作 $A\subseteq B$(或 $B\supseteq A$)，即集合 A 是集合 B 的子集．空集是任何集合的子集，$\varnothing\subseteq A$. 任何一个集合是它本身的子集，即 $A\subseteq A$.

(2)对于两个集合 A 与 B，如果 $A\subseteq B$ 并且 $A=B$，就说集合 A 是集合 B 的真子集，记作 $A\subsetneqq B$(或 $B\supsetneqq A$).

空集是任何非空集合的真子集．

特别提醒

子集与真子集的区别与联系：集合 A 的真子集一定是其子集，而集合 A 的子集不一定是其真子集．若集合 A 有 n 个元素，则其子集个数为 2^n，真子集个数为 2^n-1.

例 1.2 已知 $M=\{a\mid |a|\geqslant 2\}$，$A=\{a\mid (a-2)(a^2-3)=0, a\in M\}$，则集合 A 的子集共有（　　）.

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 4 个　　D. 8 个

解析 $|a|\geqslant 2\Rightarrow a\geqslant 2$ 或 $a\leqslant -2$. 又 $a\in M$，$(a-2)(a^2-3)=0\Rightarrow a=2$ 或 $a=\pm\sqrt{3}$（舍），即 A 中只有一个元素 2，故 A 的子集只有 2 个，选 B.

答案 B

2. **空集**

不含任何元素，用 $\varnothing$ 表示．规定：空集是任何集合的子集．

3. **全集**

如果一个集合含有我们所要研究的各个集合的全部元素，这个集合就可以看作一个全集，全集通常用 U 表示．

特别提醒

注意集合 $\{\varnothing\}$ 与空集 $\varnothing$ 的区别与联系：$\varnothing\subseteq\{\varnothing\}$，$\varnothing\in\{\varnothing\}$.

例 1.3 设集合 $P=\{x\mid x>1\}$，$Q=\{x\mid x^2-x>0\}$，则下列结论正确的是（　　）.

A. $P\subseteq Q$　　B. $Q\subseteq P$　　C. $P=Q$　　D. $P\cup Q=R$

解析 由集合 $Q=\{x\mid x^2-x>0\}$，知 $Q=\{x\mid x<0$ 或 $x>1\}$，故选 A.

答案 A

三　集合的运算

1. **交集**

(1)由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合，叫作 A 与 B 的交集，记作 $A\cap B$，即 $A\cap B=\{x\mid x\in A$ 且 $x\in B\}$.

(2)$(A\cap B)\subseteq A$，$(A\cap B)\subseteq B$，$A\cap A=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$，$A\cap B=B\cap A$.

例 1.4 若集合 A,B 满足 $A=\{x\mid x<3,x\in\mathbf{Z}\}$，$B\subseteq\mathbf{N}$，则 $A\cap B$ 不可能是(   ).

A. $\{0,1,2\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{-1\}$　　D. $\varnothing$

解析 依题意 $A\cap B$ 的元素可能为 0，1，2，也可能没有元素，所以 $A\cap B$ 不可能是$\{-1\}$. 故选 C.

答案 C

2. **并集**

(1)由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫作 A 与 B 的并集，记作 $A\cup B$，即 $A\cup B=\{x\mid x\in A$ 或 $x\in B\}$.

(2)$(A\cup B)\supseteq A$，$(A\cup B)\supseteq B$，$A\cup A=A$，$A\cup\varnothing=A$，$A\cup B=B\cup A$，$(\complement_U A)\cup A=U$.

例 1.5 已知集合 $M=\{-1,0,1\}$，$N=\{0,1,2\}$，则 $M\cup N=$(   ).

A. $\{0,1\}$　　B. $\{-1,0,2\}$

C. $\{-1,0,1,2\}$　　D. $\{-1,0,1\}$

解析 因为 $M=\{-1,0,1\}$，$N=\{0,1,2\}$，所以 $M\cup N=\{-1,0,1,2\}$. 故选 C.

答案 C

3. **补集**

设 U 是一个集合，A 是 U 的一个子集(即 $A\subseteq U$)，由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫作 U 中子集 A 的补集，记作 $\complement_U A$，即 $\complement_U A=\{x\mid x\in U$ 且 $x\notin A\}$.

拓展延伸

(1)两个结论：

①若 $A\cap B=A$，则 $A\subseteq B$，反之也成立.

②若 $A\cup B=B$，则 $A\subseteq B$，反之也成立. 应用这两个结论时一定要注意不要忘记集合 $A=\varnothing$ 这一个特例.

(2)可以借助韦恩图或数轴来帮助理解两个集合的交集与并集的特

征和解题.

例 1.6 已知集合 $A=\{x|x>2\}$,$B=\{x|x<2m\}$且 $A\subseteq \complement_{\mathbf{R}}B$,那么 m 的值可以是(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

解析 由 $B=\{x|x<2m\}$,得 $\complement_{\mathbf{R}}B=\{x|x\geqslant 2m\}$,因为 $A\subseteq \complement_{\mathbf{R}}B$,所以 $2m\leqslant 2$,所以 $m\leqslant 1$,故选 A.

答案 A

四　函数的概念

1. 函数的定义

一般地,设 A,B 是两个非空的数集,如果按照某种确定的对应关系 f,使对于集合 A 中的任意一个数 x,在集合 B 中都有唯一确定的数 $f(x)$ 和它对应,那么就称 $f:A\rightarrow B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数,记作 $f(x)$,$x\in A$. 其中,x 叫作自变量,x 的取值范围 A 叫作函数的定义域;与 x 的值相对应的 y 值叫作函数值,函数值的集合 $\{f(x)|x\in A\}$ 叫作函数的值域.

2. 函数的构成要素

函数是由定义域、对应法则、值域这三个要素构成的.

例如,在 A 到 B 的函数 $y=f(x)$ 中,其中 $x\in A$,$y\in B$,原象的集合 A 叫作函数 $y=f(x)$ 的定义域,象的集合 $C(C\subseteq B)$ 叫作函数 $y=f(x)$ 的值域. 函数符号 $y=f(x)$ 表示"y 是 x 的函数",有时简记作函数 $f(x)$,其中 f 表示对应法则.

3. 映射

一般地,设 A,B 是两个非空集合,如果按照某种确定的对应关系 f,使对于集合 A 中的任意一个元素 x,在集合 B 中都有唯一确定的元素 y 与之对应,那么就称对应 $f:A\rightarrow B$ 是从集合 A 到集合 B 的一个映射.

若集合 A 中有 m 个元素,集合 B 中有 n 个元素,则可构成的映射 f:

$A\to B$ 有 n^m 个，映射 $f:B\to A$ 有 m^n 个.

拓展延伸

映射的特点：

（1）存在性：映射中集合 A 的任一元素在集合 B 中都有它的象.（研究对象为 A）

（2）唯一性：映射中集合 A 的任一元素在集合 B 中的象是唯一的.（研究对象为 A）

（3）封闭性：A 中元素的象必在集合 B 中.

（4）有序性："$A\to B$"的映射是有方向的，$A\to B$ 的映射与 $B\to A$ 的映射往往不是同一个映射.

（5）整体性：映射不是只有集合 A 或者集合 B，而是集合 A、B 以及对应法则 f 的整体，是一个系统，记作 $f:A\to B$. 有时，在映射 $f:A\to B$ 中，集合 A 中的元素 a 对应集合 B 中的元素 b 也可表示为 $f:a\to b=f(a)$ 或者直接写成 $b=f(a)$.

例 1.7 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，如果 $f(x+2014)=\begin{cases}\sqrt{2}\sin x, x\geqslant 0;\\ \lg(-x), x<0.\end{cases}$ 那么 $f\left(2014+\frac{\pi}{4}\right)\cdot f(-7986)=(\quad)$.

A. 2014　　B. 4　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{2014}$

解析 $f\left(2014+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4}=1$，$f(-7986)=f(2014-10000)=\lg 10000=4$，则 $f\left(2014+\frac{\pi}{4}\right)\cdot f(-7986)=4$. 故选 B.

答案 B

五 函数的表示方法

1. 函数的表示方法

（1）解析法：就是把两个变量的函数关系用一个等式来表示，这个等

式叫作函数的解析表达式,简称解析式.

用解析式表示函数关系的优点是:函数关系清楚,容易根据自变量的值求出对应的函数值,便于用解析式来研究函数的性质.

(2)列表法:就是列出表格来表示两个变量的函数关系.

用列表法表示函数关系的优点是:不必通过计算就知道自变量取某些值时函数的对应值.

(3)图像法:就是用函数图像表示两个变量之间的关系.

用图像法表示函数关系的优点是:能直观形象地表示出函数值的变化情况.

2. 区间

设 a、b 是两个实数,而且 $a<b$,我们规定:

(1)满足不等式 $a\leqslant x\leqslant b$ 的实数 x 的集合叫作闭区间,表示为 $[a,b]$.

(2)满足不等式 $a<x<b$ 的实数 x 的集合叫作开区间,表示为 (a,b).

(3)满足不等式 $a\leqslant x<b$ 或 $a<x\leqslant b$ 的实数 x 的集合叫作半开半闭区间,分别表示为 $[a,b)$,$(a,b]$.

这里实数 a 与 b 都叫作相应区间的端点.

拓展延伸

(1)平时表示函数常用的方法是解析法,建立有实际意义的函数解析式,首先要选定自变量,然后寻找等量关系式,求得函数解析式,其中确定其定义域是关键.

(2)有的函数在其定义域的不同子集上,因对应法则不同而分别用几个不同的式子来表示,这种函数称为分段函数.

(3)并不是所有的函数都能写出解析式,有的函数只能用图像法或列表法来表示.

例 1.8 设集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$,集合 B 为函数 $y=\lg(x-1)$ 的定义域,则 $A\cap B=$(　　).

A. $(1,2)$　　B. $[1,2]$　　C. $[1,2)$　　D. $(1,2]$

解析 由题意,得 $B=\{x\mid x>1\}$,所以 $A\cap B=(1,2]$,故选 D.

答案 D

六 函数的单调性与最大(小)值

1. 函数的单调性

函数的单调性:一般地,设函数 $y=f(x)$的定义域为 I.

(1)如果对于定义域 I 内某个区间 D 上的任意两个自变量的值 x_1、x_2,当 $x_1<x_2$ 时,都有 $f(x_1)<f(x_2)$,那么就说 $y=f(x)$在区间 D 上是增函数.

(2)如果对于定义域 I 内某个区间 D 上的任意两个自变量的值 x_1、x_2,当 $x_1<x_2$ 时,都有 $f(x_1)>f(x_2)$,那么就说 $y=f(x)$在区间 D 上是减函数.

2. 单调区间

如果函数 $f(x)$在区间 D 上是增函数或减函数,那么就说 $y=f(x)$在这个区间上具有(严格的)单调性,区间 D 叫作 $y=f(x)$的单调区间.

3. 最大(小)值及其几何意义

(1)一般地,设函数 $y=f(x)$的定义域为 I,如果存在实数 M 满足:

①对于任意的 $x\in I$,都有 $f(x)\leqslant M$;

②存在 $x_0\in I$,使得 $f(x_0)=M$.

那么,我们称 M 是函数 $y=f(x)$的最大值.

(2)一般地,设函数 $y=f(x)$的定义域为 I,如果存在实数 N 满足:

①对于任意的 $x\in I$,都有 $f(x)\geqslant N$;

②存在 $x_0\in I$,使得 $f(x_0)=N$.

那么,我们称 N 是函数 $y=f(x)$的最小值.

拓展延伸

(1)利用定义证明函数的单调性的步骤如下:

①任取 x_1、$x_2\in D$,且 $x_1<x_2$;

②作差 $f(x_1)-f(x_2)$(有时也可以作商);

③变形(通常是因式分解、配方、分子有理化或分母有理化等);

④定号,即判断差 $f(x_1)-f(x_2)$ 的正负(或判断商与 1 的大小关系);

⑤判断,即指出函数 $f(x)$ 在给定的区间 D 上的单调性.

(2)复合函数单调性的判断."同增异减法"如表 1-1 所示.

表 1-1

$y=f(u)$	增	增	减	减
$u=g(x)$	增	减	增	减
$y=f[g(x)]$	增	减	减	增

(3)函数最值的几何意义是对应函数图像上点的纵坐标的最大值或最小值,亦即函数图像的最高点或最低点,故有时可结合函数图像分析函数的最值.

例 1.9 设 $f(x)$ 的定义域为 D,若 $f(x)$ 满足下面两个条件,则称 $f(x)$ 为闭函数:① $f(x)$ 是 D 上的单调函数;②存在 $[a,b]\subseteq D$,使 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上的值域为 $[a,b]$. 现已知 $f(x)=\sqrt{2x+1}+k$ 为闭函数,则 k 的取值范围是(　　).

A. $-1<k\leqslant-\frac{1}{2}$　　B. $k<1$

C. $\frac{1}{2}\leqslant k<1$　　D. $k>-1$

解析 函数 $f(x)$ 的定义域为 $x\in\left[-\frac{1}{2},+\infty\right)$,显然在定义域上函数 $f(x)$ 单调递增,依题意可知在 $x\in\left[-\frac{1}{2},+\infty\right)$ 上,方程 $x-k=\sqrt{2x+1}$ 有两个不同的解,结合图像(如图 1-2 所示)易得

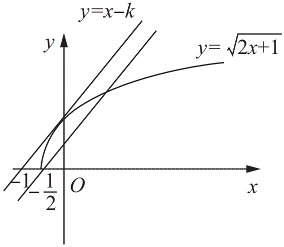


图 1-2

实数 k 的取值范围为 $-1<k\leqslant-\frac{1}{2}$. 故选 A.

答案 A

七 函数的奇偶性

1. 偶函数

一般地，如果对于函数 $f(x)$ 定义域内的任意一个 x，都有 $f(-x)=f(x)$，那么称函数 $f(x)$ 为偶函数.

2. 奇函数

一般地，如果对于函数 $f(x)$ 定义域内的任意一个 x，都有 $f(-x)=-f(x)$，那么称函数 $f(x)$ 为奇函数.

3. 奇偶性

(1)如果函数 $f(x)$ 是奇函数或偶函数，那么我们就说函数 $f(x)$ 具有奇偶性.

(2)如果函数 $f(x)$ 满足 $f(-x)=f(x)$ 且 $f(-x)=-f(x)$，则称函数 $f(x)$ 既是奇函数又是偶函数.

(3)若函数 $f(x)$ 有 $f(-x)\neq f(x)$ 且 $f(-x)\neq-f(x)$，则称函数 $f(x)$ 为非奇非偶函数.

4. 奇偶函数的图像特征

(1)奇函数的图像关于原点对称；反过来，如果一个函数的图像关于原点对称，那么这个函数是奇函数.

(2)偶函数的图像关于 y 轴对称；反过来，如果一个函数的图像关于 y 轴对称，那么这个函数是偶函数.

拓展延伸

(1)定义域含零的奇函数有 $f(0)=0$(可用于求参数)；若所给函数的解析式比较复杂，应先化简，再判断其奇偶性.

(2)奇函数在对称的两个单调区间内有相同的单调性；偶函数在对称的两个单调区间内有相反的单调性.

(3)奇函数的图像关于原点成中心对称图形，偶函数的图像关于 y 轴成轴对称图形，反之也成立．因此可以根据函数图像的对称性去判断函数的奇偶性．

例 1.10 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$，对任意 $x\in\mathbf{R}$，都有 $f(x+4)=f(x)+f(2)$ 成立，若函数 $y=f(x+1)$ 的图像关于直线 $x=-1$ 对称，则 $f(2014)$ 的值为（　　）.

A. 2014　　B. -2014　　C. 0　　D. 4

解析 依题意得，函数 $y=f(x)$ 的图像关于直线 $x=0$ 对称，因此函数 $y=f(x)$ 是偶函数，且 $f(-2+4)=f(-2)+f(2)$，即 $f(2)=f(2)+f(2)$，所以 $f(2)=0$，所以 $f(x+4)=f(x)$，即函数 $y=f(x)$ 是以 4 为周期的函数，$f(2014)=f(4\times503+2)=f(2)=0$，故选 C.

答案 C

给力数学
GEILI MATHEMATICS

"给力数学
——方法比知识更重要！"

本书特色

以图释文，图文结合

以图形和文字相结合的方法，形象地表述知识的内涵

典型例题诠释重难点

一道好的题目胜过空洞无物的讲解

推理学习

通过推理、归纳、总结，以最快的速度帮你掌握记忆规律

携带更方便

小开本，方便携带，充分利用碎片化时间

华东理工大学出版社
扫描关注官方微博

华东理工大学出版社
扫描关注官方微信

上架建议：高中教辅

ISBN 978-7-5628-4108-1
9 787562 841081 >
定价：19.80元